

## Methode der unbestimmten Koeffizienten

Zu lösen:

$$a\ddot{y} + b\dot{y} + cy = g(t)$$

1. Die homogene Lösung  $y_h(t)$  finden.
  - a. Charakteristische Gleichung  $ar^2 + br + c = 0$  lösen.
  - b. Homogene Lösung je nach Nullstellen wählen:

$$\begin{aligned} r_1 \neq r_2: & \quad y_h = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} \\ r_1 = r_2 = r: & \quad y_h = (C_1 + C_2 t) e^{rt} \\ r_{1,2} = \lambda \pm i\mu: & \quad y_h = e^{\lambda t} (C_1 \cos(\mu t) + C_2 \sin(\mu t)) \end{aligned}$$

2. Falls nötig,  $g(t)$  in einzelne Terme zerlegen:

$$g(t) = g_1(t) + g_2(t) + \dots + g_k(t).$$

3. Für jedes  $g_i(t)$  einen geeigneten Ansatz  $Y_i(t)$  auswählen:

$g_i(t)$	Ansatz $Y_i(t)$
$P_n(t)$	$t^s Q_n(t)$
$P_n(t)e^{\alpha t}$	$t^s Q_n(t)e^{\alpha t}$
$P_n(t)e^{\alpha t} \cos(\mu t)$ und/oder $P_n(t)e^{\alpha t} \sin(\mu t)$	$t^s e^{\alpha t} [Q_n(t) \cos(\mu t) + R_n(t) \sin(\mu t)]$

NB:

- $Q_n(t) = A_n t^n + A_{n-1} t^{n-1} + \dots + A_1 t + A_0$  und  $R_n(t) = B_n t^n + B_{n-1} t^{n-1} + \dots + B_1 t + B_0$ .
  - $s$  ist die kleinste Zahl aus  $\{0, 1, 2\}$ , sodass der Ansatz  $Y_i(t)$  keinen Term enthält, der bereits in  $y_h(t)$  vorkommt.
  - Bei Gleichungen erster Ordnung ist nur  $s = 0$  oder  $s = 1$  möglich.
  - $P_n(t)$  ist ein Polynom  $n$ -ten Grades, einschließlich  $n = 0$ .
  - $e^{\alpha t} = 1$  für  $\alpha = 0$ .
4. Die partikulären Lösungen addieren:

$$Y(t) = \sum_i Y_i(t).$$

5.  $Y(t)$  in die Differentialgleichung einsetzen und die unbekanntenen Koeffizienten bestimmen.
6. Die Gesamtlösung bilden:

$$y(t) = y_h(t) + Y(t).$$

Falls gegeben, Anfangs- bzw. Randbedingungen einsetzen, um  $C_1$  und  $C_2$  zu bestimmen.